

RIGHTSTARTTM TUTORING

por Kathleen Cotter Clayton
y Joan A. Cotter, Ph.D.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN LIBRO DOS

Un agradecimiento especial a Rachel Anderson, Maren Ehley, Teresa Foltin, Debbie Oberste, y Beth Reid por sus contribuciones.

Gracias a Jodi Shope por su trabajo en la traducción, a preparación, y el acabado de este libro.

Diseño de portada por Maren Ehley.

Copyright © 2024 por Activities for Learning, Inc.

Publicado originalmente en Inglés con el título:
RightStart™ Tutoring Multiplication and Division - Book Two
Kathleen Cotter Clayton y Joan A. Cotter. Ph.D.
Copyright © 2024 por Activities for Learning, Inc.

Todos los derechos reservados. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada en un sistema de recuperación, o ser transmitido por cualquier forma o por cualquier medio, sea electrónico, mecánico, fotocopiado, grabado o de otro modo, sin el permiso especial por escrito de Activities for Learning, Inc.

El editor otorga permiso para reproducir las páginas del apéndice para el uso exclusivo de una sola familia o de un solo maestro.

Impreso en los Estados Unidos de América

www.RightStartMath.com

Para más información:
info@RightStartMath.com

Suministros pueden ser solicitados en:
www.RightStartMath.com
order@RightStartMath.com

Activities for Learning, Inc.
321 Hill Street
Hazelton ND 58544-0468
Estados Unidos de América
888-775-6284 o 701-782-2000
701-782-2007 fax

ISBN 978-1-942943-91-4
Septiembre 2024

INTRODUCCIÓN

¡Bienvenido! Este manual trata sobre la comprensión de la multiplicación de varios dígitos, la división corta y la división larga con el objetivo final de adquiriendo confianza en estos procesos y aplicaciones. Está destinado a aquellos que tienen una comprensión débil o incompleta de la multiplicación de varios dígitos, y la división de varios dígitos, y que está dos o más niveles de grado por detrás.

La multiplicación ha sido la perdición matemática para muchos estudiantes, no tanto por los algoritmos, sino porque se les exige que memoricen 100 datos básicos, hacia adelante y hacia atrás. Cuando el estudiante tiene un conocimiento inestable de los datos en conjunción dentro de algoritmos de varios dígitos, el colapso de la aritmética es un escenario aterrador.

Se han hecho intentos de resolver estas luchas centrándose en la memorización de los procesos sin una comprensión completa. Para muchos, la carga de la memorización es abrumadora, sin importa la necesidad frecuente de repasar. Los estudiantes que tienen memorización sin comprensión tienen dificultades para aplicar sus habilidades a situaciones nuevas. Esto da lugar a frustración, confusión, y aversión a las matemáticas.

Por el contrario, ahora sabemos que una comprensión profunda de los conceptos elimina la ansiedad, disminuye la carga de estar memorizando, hace que las matemáticas avanzadas sean más fáciles de comprender, y hace que las matemáticas sean más agradables.

No importa si el estudiante tiene 12 o 112 años; estas lecciones abordarán la multiplicación de varios dígitos y la división de varios dígitos con una nueva perspectiva que sigue el enfoque y la filosofía de RightStart™ Mathematics.

Hay estrategias utilizadas en este manual que son diferentes de la forma tradicional en que se enseñan la multiplicación y la división. Aunque se explicarán con mayor detalle durante las lecciones apropiadas, aquí hay una descripción general rápida.

Múltiples Enfoques

Se presentarán múltiples enfoques para resolver problemas de multiplicación y división. Estos no se dan para confundir a un estudiante; más bien, brindan opciones. Una estrategia podría convertirse en la favorita del estudiante, pero la estrategia del día siguiente podría ser aún mejor. Los múltiples enfoques le dan al estudiante perspectivas adicionales para ampliar su comprensión.

Si una estrategia o enfoque no resuena contigo como maestro, eso no significa que no sea importante para el estudiante. Siga las lecciones porque puede ser fundamental para ayudar al estudiante a comprender.

Habrán enfoques que serán peldaños hacia enfoques más tradicionales (y familiares). No se salte estos pasos, ya que están destinados a fomentar la comprensión y crear una base firme sobre la que construir.

El Cotter Abacus mostrará cómo y por qué funciona el algoritmo tradicional. No se convertirá en una muleta; más bien, el estudiante maniobrá físicamente las cuentas en el lado 2 del abacus, haciendo que los procesos sean concretos.

La división corta es la puerta de entrada al aprendiendo el división larga. Este proceso de división corta es mucho más fácil de entender y aprender, lo que le dando a la división larga una base sobre la que construir.

Entonces, ¿qué es la división corta? La división corta consiste en dividiendo un número por un número de un solo-dígito sin escribir nada debajo del dividendo. Es decir, no se registran pasos de sustracción. Un ejemplo se muestra a continuación.

$$\begin{array}{r} 3464 \\ 2 \overline{)6928} \end{array}$$

Un viejo libro de texto de aritmética exponía la importancia de estar enseñando la división larga desde el punto de vista de la división corta. En el libro, el autor McMurry describe cómo la división corta proporciona una comprensión del algoritmo de división larga. También enfatiza la importancia de que los niños están comprendiendo el proceso de división largo y no simplemente memorizando una lista de reglas.

Cincuenta años más tarde, después de la eliminación de la división corta del currículo en aritmética elemental, otro autor lamentó la eliminación de la división corta como introducción al proceso de división larga. Y, ciertamente, tenían razón. Hoy en día, muchos adultos nunca han oído hablar de la división corta, y creen que la división larga es simplemente un proceso memorístico.

Juegos de Matemáticas con Cartas

Muchos estudiantes se sienten abrumados con las hojas de trabajo de matemáticas. Los estudiantes que no entienden un concepto no se beneficiarán de más y más hojas de trabajo. En lugar de hojas de trabajo o tarjetas didácticas, en este manual se utilizarán juegos.

Estos juegos de matemáticas con cartas permitirán al estudiante aprender y practicar nuevas habilidades. Los juegos a menudo hacen que el tiempo de matemáticas sea agradable. Las emociones que se experimentan durante el aprendizaje se almacenan junto con el conocimiento. Si un estudiante tiene un tiempo agradable aprendiendo, entonces las emociones positivas reemplazarán las emociones negativas pasadas.

Se asignará un juego en cada lección. Algunos son juegos de solitario, y otros son para dos o más jugadores. Incluya a otros miembros de la familia o estudiantes en los juegos. Nada más motivador que un estudiante jugando un juego contra su padre o maestro— ¡y ganando!

Las instrucciones del juego se dan en cada lección. Adáptese según sea necesario para adaptarse al estudiante y a la situación. Por ejemplo, convierta los juegos en juegos de una sola-persona o modifíquelos para que se adapten a más de un jugador. Póngase en contacto con RightStart™ Math si necesita ideas para modificando los juegos.

Los juegos perfeccionarán sus habilidades y ayudarán al estudiante a tener más confianza y fluidez en su pensamiento. Cuanto más se juega, más aprende el estudiante. Si un concepto no es sólido, vuelva a jugar. Además, jugando juegos jugados-anteriormente le permitirá al estudiante ver su crecimiento y dominar sus datos.

Resumen

Las lecciones, actividades, y juegos de este programa provienen del currículo de RightStart™ Mathematics y de *Juegos de Matemáticas con Cartas*, 5ª edición, ambos escritos por la Dra. Joan A. Cotter, junto con algunos juegos nuevos. Este manual se puede utilizar junto con cualquier programa de matemáticas; no se requiere conocimiento del programa de RightStart™ Mathematics.

Este manual es la guía didáctica, y los juegos y actividades crean un entorno de aprendizaje interesante. Si un estudiante tiene dificultades, reduzca la velocidad de la lección, proporcione ejemplos adicionales, y concéntrese en las actividades y juegos. Asegúrese de que esté usando el Cotter Abacus.

En estos 47 días de lecciones, se establecerá una base sólida para una multiplicación y división más avanzadas mientras se avanza paso a paso para desarrollar una comprensión clara. No hay hojas de trabajo; más bien, los juegos diarios proporcionarán práctica y repaso.

Este libro es Multiplicación y División, Libro Dos y aborda la multiplicación de varios dígitos, la división corta, y la división larga tradicional. Si el estudiante no está seguro de los datos de multiplicación hasta 10×10 y la división de números 100 o menos, incluyendo los restos, considere utilizando el RightStart™ Tutoring, Multiplicación y División Libro Uno de que se centra en esas habilidades y datos.

Creemos que, a través de estas lecciones y juegos, los estudiantes desarrollarán un interés renovado y un disfrute de las matemáticas, enriqueciendo así sus vidas. También esperamos que muchos de ellos se conviertan en los matemáticos, científicos e ingenieros del mañana.

Queremos que usted y sus estudiantes tengan un gran éxito en aprendiendo y desarrollando confianza con la multiplicación y la división. Háganos saber cómo este programa de tutoría le beneficia a usted y a sus estudiantes. ¡Comparte tu experiencia y mantente en contacto!

Kathleen Cotter Clayton

Joan A. Cotter, Ph.D.

info@RightStartMath.com o info@RightStartClassroom.com

LECCIONES DIARIAS

Materiales Necesarios

Los materiales para las actividades del día se identificarán al comienzo de la lección. Es posible que necesite papel y lápiz o una pizarra de borrado en seco y un rotulador. Si se hace referencia a una página del apéndice, se encontrará al final del libro. Algunas páginas del apéndice será necesario copiar.

El Cotter Abacus permitirá al estudiante construir un modelo mental necesario para la formación de conceptos. Incluso si un estudiante conoce un proceso, es importante que también lo vea físicamente en el abacus para poder desarrollar una comprensión de las relaciones entre los números y las operaciones que los modifican.

Los manipulativos no deben considerarse muletas sino más bien herramientas para el aprendizaje. En la práctica, el estudiante se referirá a ellos cada vez menos y finalmente nada. A veces, sólo la seguridad de teniéndolos cerca ayuda, aunque no se utilicen.

Actividades

Esta sección es el corazón de la lección de cada día y proporciona instrucciones para enseñar. Dentro de estas instrucciones, guiará a los estudiantes hacia el descubrimiento haciéndoles preguntas. Las respuestas esperadas del estudiante se dan entre corchetes. [como esto]

Evite de hablar durante el tiempo de resolución de problemas. Resiste la tentación de reformular la pregunta. Este tiempo le da al estudiante la oportunidad de pensar, visualizar, y resolver un problema. Animar al estudiante a desarrollar la persistencia y la perseverancia. Evite dando pistas o explicaciones demasiado rápido. Los estudiantes, y las personas en general, tienden a dejar de pensar una vez que escuchan la respuesta.

Se incluyen notas en las lecciones para ayudar al maestro a comprender por qué se hace o no se hace algo. Estos no están dirigidos al estudiante, sino a proporcionar información adicional para el tutor.

Juegos

Los juegos diarios, no las hojas de trabajo ni las tarjetas didácticas, proporcionan práctica para las nuevas habilidades. Los juegos se pueden jugar tantas veces como sea necesario hasta que se alcance la competencia. Son tan importantes para aprender matemáticas como lo son los libros para la lectura. Repasando juegos jugados-anteriormente le permite al estudiante ver su progreso mientras está reforzando conceptos familiares.

Hojas de trabajo

No hay hojas de trabajo para este manual de tutoría. La práctica vendrá de los juegos.

Los problemas de palabras se incluyen a lo largo de las lecciones, con copias en el apéndice para que el estudiante pueda seguirlos o leerlos ellos mismos.

Habrán situaciones en las que será necesario escribir ecuaciones. Algunos estudiantes pueden tener dificultades con usando papel y lápiz, pero encontrarán una pizarra de borrado en seco y un rotulador más suaves y fáciles de usar. Si necesita o desea registrar el trabajo en una pizarra de borrado en seco, tome una fotografía, luego guárdela para sus registros. O, si al estudiante le resulta incómodo, doloroso o difícil escribir, recomendamos que el maestro se convierta en escriba, escribiendo exactamente lo que el estudiante dice, incluso cuando sea una respuesta incorrecta.

LOS JUEGOS DE MATEMÁTICAS

Los juegos de matemáticas con cartas desarrollan las habilidades matemáticas de los jugadores mientras juegan. Aprenderán y practicarán los procesos mientras juegan, utilizando los manipulativos como apoyo. Más importante aún, los juegos brindan a los jugadores una aplicación para practicar.

Las estrategias proporcionadas en las lecciones diarias darán a los estudiantes confianza e independencia. Lo que es un paso simple para alguien que sabe multiplicar o dividir, a menudo requiere pasos adicionales para un estudiante con dificultades. La variedad de juegos y actividades apoyarán el proceso. A menudo, un concepto se puede aprender de más de una manera, lo que da lugar a diferentes juegos para la misma idea.

No se apresure a pasar a la siguiente lección y juego. Con frecuencia, vuelve a los juegos ya aprendidos; el estudiante a menudo los interpretará con una nueva perspectiva.

Las lecciones del Día del Juego repasarán las ideas aprendidas previamente, aunque se recomienda encarecidamente volver a jugar juegos más allá de estas lecciones.

Idealmente, se deberían jugar juegos de matemáticas con cartas adicionales fuera del horario de clase.

Descripción de las Cartas

Para jugar a los juegos diarios, necesita dos barajas de cartas especiales, que están disponibles en Activity for Learning, Inc. Las descripciones son las siguientes:

Cartas de Basic Number

Estas 132 cartas están numeradas del 0 al 10. Hay 12 de cada número.

Cartas de Multiplication y Sobres

Cada carta de la baraja de multiplication corresponde a un número de la tabla de multiplicación del 1×1 al 10×10 . Por tanto, tiene 100 cartas. Algunos números, como el 1, se encuentran sólo una vez, y otros, como el 6, se repiten varias veces.

Se incluyen diez sobres, uno para cada múltiplo. Se utilizan para clasificar las cartas en grupos que coincidan con el patrón del frente de cada sobre.

A algunos les resulta útil tener dos barajas de multiplication: uno barajado y una segunda baraja clasificado en los sobres adecuados

El jugador con desafíos de aprendizaje

Aquellos con desafíos de aprendizaje a menudo encuentran muy difícil la memorización y el papeleo tedioso. Estos juegos eliminan ambos problemas y brindan al estudiante un nuevo enfoque practicando sus nuevas habilidades. Trabaje en un lugar libre de ruidos abrumadores y distracciones visuales. Repite los juegos tantas veces como sea necesario.

ANTECEDENTES DE DRA. JOAN A. COTTER

El amor de la Dra. Joan A. Cotter por los niños y su capacidad para aprender va bien con su amor por las matemáticas y su deseo de hacerlas comprensibles y crear una experiencia exitosa para todos. Los adultos que enseñan el programa RightStart™ a menudo exclaman cuánto les ha ayudado a comprender mejor las matemáticas.

La formación académica de la Dra. Cotter incluye una Licenciatura en Ingeniería Eléctrica, una Maestría en Currículo e Instrucción, y un Doctorado en Educación Matemática. Su investigación fue con estudiantes de primaria que aprendían matemáticas, especialmente valor posicional.

Obtuvo un diploma Montessori y enseñó a niños de 3 a 6 años en su propia escuela Montessori. También enseñó matemáticas en la escuela intermedia y dio tutoría a estudiantes de educación especial. La Dra. Cotter escribió el programa de RightStart™ Mathematics para educadores escolares y en casa.

Un hecho interesante que la Dra. Cotter encuentra fascinante es que los investigadores han descubierto recientemente que cuando las personas descubren la belleza en las matemáticas, sus cerebros se iluminan en las mismas regiones que el de los artistas cuando encuentran la belleza en el arte. Comprendiendo las matemáticas resalta la belleza de las matemáticas.

La Dra. Cotter continúa escribiendo y hablando en todo Estados Unidos e internacionalmente. Vive en Minnesota, donde continúa dirigiendo el negocio Activities for Learning, Inc. Joan y su esposo tienen tres hijos adultos y cinco nietos.

Si está interesado en obtener más información sobre el enfoque de la Dra. Cotter de enseñando de matemáticas, visite RightStartMath.com o RightStartClassroom.com.

RIGHTSTART™ TUTORING MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

LIBRO DOS

TABLA DE CONTENIDO

Día 1	Repaso de la Multiplicación en el Cotter Abacus	Juego	Anillo Alrededor del Producto
Día 2	Repaso de la Tabla de Multiplicación Corta	Juego	Más Bajo en las Esquinas—6, 7, 8, y 9
Día 3	Repaso de los Patrones de Múltiplos	Juego	Memoria de Múltiplos—2, 4, 6, 8, Mezcla y Combina
Día 4	Más Repaso de Patrones Múltiplos	Juego	Memoria de Múltiplos—3, 5, 7, 9, Mezcla y Combina
Día 5	Lado 2 del Cotter Abacus	Juego	Juego de Sorpresa de Intercambiando
Día 6	Día de Juego	Juego	Más Bajo en las Esquinas—4, 6, 7, y 8, Anillo Alrededor del Producto, Juego de Sorpresa de Intercambiando
Día 7	Multiplicando por Diez y Múltiplos de Diez	Juego	Puedes Encontrar Por—Nivel 1
Día 8	Multiplicando con Múltiplos de Diez	Juego	Puedes Encontrar Por—Nivel 2
Día 9	Más Multiplicando con Múltiplos de Diez	Juego	Puedes Encontrar Por—Nivel 3
Día 10	Multiplicar Horizontalmente en el Cotter Abacus	Juego	¿Preferirías Tener...?—Nivel 1
Día 11	Multiplicación de Dos-Dígitos	Juego	¿Preferirías Tener...?—Nivel 1
Día 12	Multiplicación de Tres-Dígitos	Juego	¿Preferirías Tener...?—Nivel 2
Día 13	Multiplicación de Cuatro-Dígitos	Juego	¿Preferirías Tener...?—Nivel 3
Día 14	Día de Juego	Juego	Más Bajo en las Esquinas—6, 7, 8, y 9, Batalla de Multiplicación Turbo
Día 15	Día de las Habilidades	Juego	Memoria de Múltiplos—3, 5, 7, 9, Mezcla y Combina
Día 16	Otro Día de Juego	Juego	Anillo Alrededor del Producto, Batalla de Multiplicación Turbo
Día 17	Multiplicando Tradicional	Juego	Batalla de Multiplicación Turbo
Día 18	Más Multiplicando Tradicional	Juego	Carrera de Multiplicación—Nivel 1
Día 19	Aún Más Multiplicando Tradicional	Juego	Carrera de Multiplicación—Nivel 2
Día 20	Preparándose para Multiplicar por Dos-Dígitos	Juego	Batalla de Multiplicación Turbo—Subir de Nivel
Día 21	Multiplicando por Dos-Dígitos	Juego	Batalla de Multiplicación Turbo—Nivel de Jefe
Día 22	Multiplicando por Tres-Dígitos	Juego	Batalla de Multiplicación Turbo—Nivel Supremo
Día 23	Día de Juego	Juego	Más Bajo en las Esquinas—6, 7, 8, y 9, Solitario 3×2
Día 24	Día de las Habilidades	Juego	Elección del Jugador

RIGHTSTART™ TUTORING MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

LIBRO DOS

TABLA DE CONTENIDO

Día 25	Otro Día de Juego	Juego	Más Bajo en las Esquinas—Tu Elección, Solitario 3×3
Día 26	Repaso de División con el Cotter Abacus	Juego	Cociente y Resto
Día 27	Repaso de División en la Tabla de Multiplicar Corta	Juego	Batalla de Cociente y de Resto
Día 28	Dividiendo Números de 4-Dígitos en el Cotter Abacus	Juego	Cociente, Sin Resto
Día 29	Más Dividiendo Números de 4-Dígitos en el Abacus	Juego	Cociente y Resto—Siguiendo Nivel
Día 30	División Corta	Juego	Cociente y Resto—Siguiendo Nivel
Día 31	Multividir	Juego	Juego Multividir
Día 32	Más Multividir	Juego	Juego Multividir—Sube de Nivel
Día 33	Día de Juego	Juego	Cociente y Resto, Cociente y Resto—Siguiendo Nivel
Día 34	Día de las Habilidades	Juego	Juego Multividir
Día 35	Otro Día de Juego	Juego	Cociente y Resto—Siguiendo Nivel, Juego Multividir—Subir de Nivel
Día 36	Doble División Corta	Juego	Juego Multividir—Nivel de Jefe
Día 37	Más Doble División Corta	Juego	Juego Multividir—Nivel de jefe
Día 38	División Corta a División Larga	Juego	Juego de División Larga—Nivel 1
Día 39	División Corta de 2-Dígitos a División Larga	Juego	Juego de División Larga—Nivel 2
Día 40	División Larga	Juego	Juego de División Larga—Nivel 2
Día 41	División Larga y Cociente Demasiado Bajo	Juego	Juego de División Larga—Nivel 3
Día 42	División Larga y Cociente Demasiado Alto	Juego	Juego de División Larga—Nivel 4
Día 43	Día de Juego	Juego	Juego Multividir—Nivel de Jefe, Juego de División Larga—Nivel 1
Día 44	Día de las Habilidades	Juego	Juego Multividir—Nivel de Jefe
Día 45	Último Día de Juego	Juego	Juego Multividir—Nivel de Jefe, Juego de División Larga—Nivel Supremo o Juego de División Larga—Nivel 2
Día 46	¿Quién Sabe? Investigar Dividiendo por 9 y 11	Juego	Juego de División Larga—Nivel Supremo o Juego de División Larga—Nivel 2
Día 47	Investigar Esto: Dividiendo por 7 y 13	Juego	Elección del Jugador

DÍA 11 - Multiplicación de Dos-Dígitos

Materiales necesarios. Papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco, Cotter Abacus, cartas de Multiplication en sus sobres y baraja de cartas de Basic Numbers

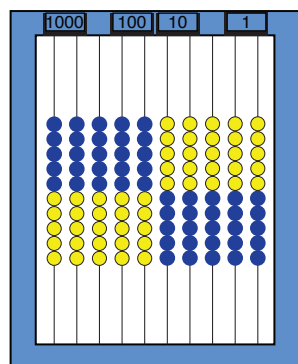
Repaso. Diga: Hasta ahora, hemos trabajado en multiplicando por diez y múltiplos de diez, como 20, 30, y 40. También hemos aprendido a descomponer un número, multiplicando las partes y luego sumarlos juntas para encontrar el producto. Por ejemplo, 24×3 es lo mismo que 20×3 más 4×3 . En la última lección, aprendimos cómo multiplicar un número de dos-dígitos en el lado 2 del Cotter Abacus. Hoy vamos a escribir el proceso mientras practicamos la multiplicación de dos-dígitos en el lado 2 del abacus.

Registrando de multiplicaciones de 2-dígitos. Dígle al estudiante que escriba la ecuación 24×3 verticalmente:

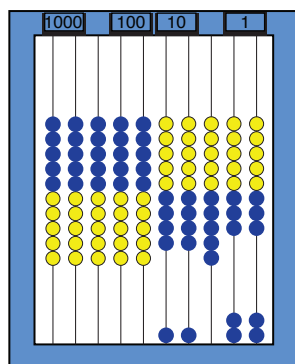
$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Diga: Mueva las cuentas hasta la mitad del abacus como hicimos en la lección anterior. Consulte la primera figura a continuación. Luego, ingrese 24 en la parte inferior, como se muestra en la segunda figura. Diga: Comenzaremos con el lugar de los unos, a la **derecha**, y multiplicaremos 4×3 . Dígle al estudiante que mueva las 4 cuentas hacia el centro, justo antes de ingresando 12 en la parte superior, como se muestra en la tercera figura. Luego, dígle que escriba el *producto parcial*, 12, debajo de la línea de la ecuación. Consulte la tercera figura.

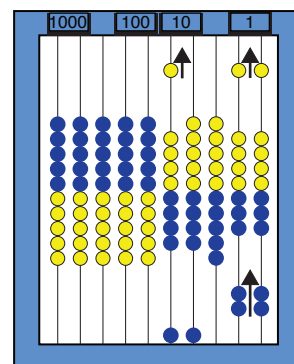
NOTA: A medida que el estudiante escribe cada paso del proceso de multiplicación de varios dígitos, desarrolla comprensión y esto lo prepara para el algoritmo tradicional, que se enseñará en una lección futura. No se preocupe de hacer los llevados, ni por los números llevados, en este momento.



Abacus preparado

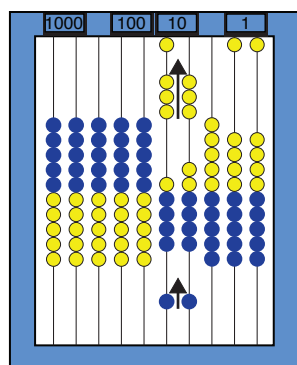


24 ingresados

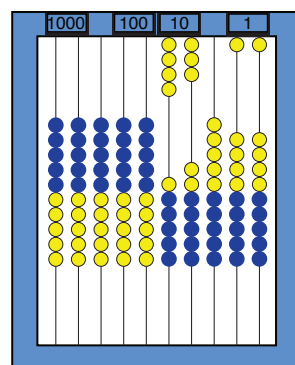


$4 \times 3 = 12$

Diga: Luego, multiplique 20×3 . Dígle que primero ingrese las cantidades de multiplicación en el abacus. Pregunte: ¿Qué es el producto parcial? [60] Escríbalo debajo del primer producto parcial, 12. Consulte la primera figura a continuación.



$20 \times 3 = 60$

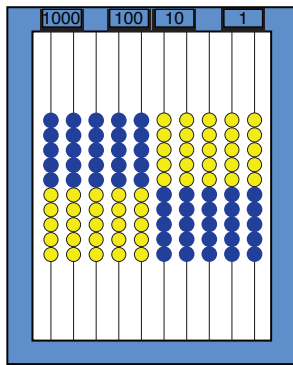


El producto final

Pregunte: ¿Qué es el producto final que se muestra en el abacus? [72] Mire la ecuación escrita; ¿cómo se obtiene el producto final? [sume los productos parciales] Consulte la última figura que expone la solución, 72.

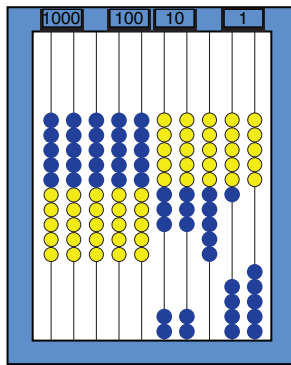
Otra ecuación. Dígle al estudiante que complete una segunda expresión, 49×7 , utilizando el mismo

proceso. Si es necesario, recuérdale que comience con los unos. La solución se muestra abajo.



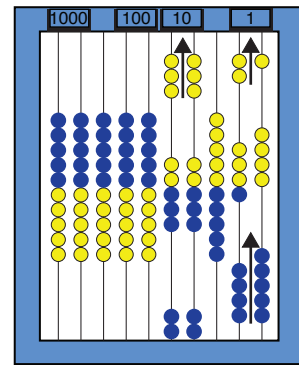
Abacus preparado

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$



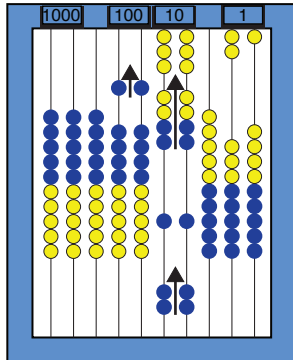
49 ingresados

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$



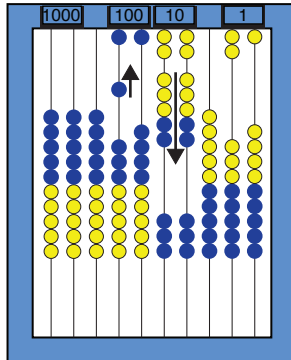
$9 \times 7 = 63$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 63 \end{array}$$



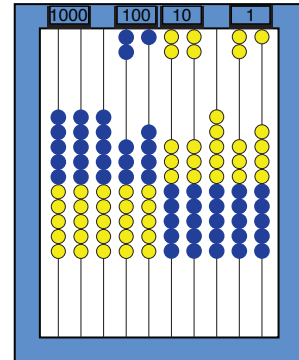
$40 \times 7 = 280$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 63 \\ 280 \\ \hline \end{array}$$



El intercambio

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 63 \\ 280 \\ \hline \end{array}$$

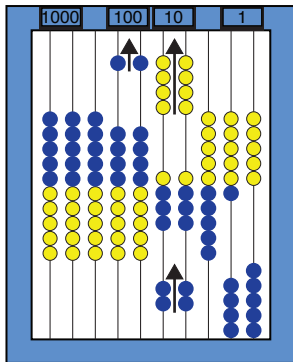


El producto final

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 63 \\ 280 \\ \hline 343 \end{array}$$

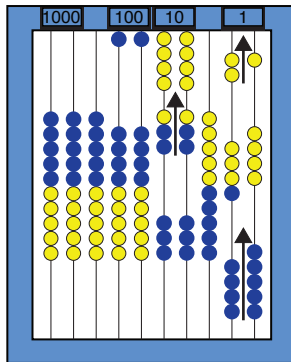
Pregunta curiosa. Diga: Cuando hicimos las ecuaciones en el abacus anteriormente, multiplicamos primero las decenas y luego los unos. Pregunte: ¿Crees que los productos parciales se pueden registrar en ese orden? ¿Cambiará la solución? [las respuestas variarán]

Dígale al estudiante que complete la misma expresión, 49×7 , usando el abacus y registrando cada paso, esta vez comenzando con las **decenas**. La solución se muestra a continuación.



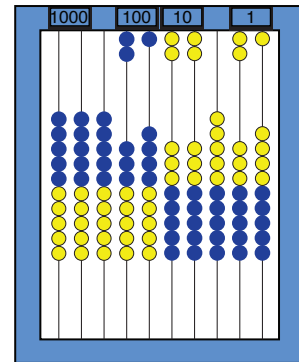
$40 \times 7 = 280$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 280 \end{array}$$



$9 \times 7 = 63$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 280 \\ 63 \\ \hline \end{array}$$



El producto final

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 280 \\ 63 \\ \hline 343 \end{array}$$

Pregunte: ¿Cambió el producto cuando está multiplicando primero las decenas? [no] ¿Importa si primero se multiplican los unos o las decenas? [no] Diga: Aunque algunos usarán este enfoque al resolver una ecuación mentalmente, el proceso tradicionalmente se realiza en papel comenzando con los unos. También es más fácil comenzar con los unos cuando hay números llevados involucrados.



¿Preferirías Tener...?—Nivel 1

NOTA: Para el juego de hoy, utiliza dos juegos de cartas de multiplicación, diferentes al juego anterior. Anima a los jugadores a crear nuevos artículos para coleccionar. Es posible que algunos jugadores deseen crear elementos tontos o extravagantes, como coches, cachorros o caballos. Juega dos o tres veces, cambiando los artículos para recolectar cada vez. Las instrucciones del juego se encuentran el Día 10.

DÍA 14 - Día de Juego

Materiales necesarios. Cartas de Multiplication en sus sobres, Cotter Abacus, tabla de Multiplicación Corta (Apéndice p. 1), papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco, y baraja de cartas de Basic Numbers

Juegos. ¡Dígale al estudiante que hoy es otro día de juego! Este es un día para explorar y aplicar lo que ha aprendido hasta ahora.

NOTA: Recuerde hacer que el tiempo de matemáticas sea agradable. Tómese el tiempo para ayudar al estudiante a disfrutar de los juegos, practicar nuevas habilidades y disfrutar de la nueva confianza. Se deben jugar juegos con frecuencia, como parte de la lección y como “tarea” después de la lección.

Diga: Recuerde, volviendo a jugar juegos de matemáticas con cartas le ayuda a mejorar sus habilidades y aumentar su velocidad de encontrando soluciones. Un juego que te resultó desafiante hace unos días puede ser más fácil hoy porque sabes más ahora. Jugando a estos juegos valdrá la pena del tiempo y del esfuerzo a medida que continúes experimentando crecimiento y mayores habilidades.

Dígale que jugará un juego para mantener actualizadas los datos de multiplicación y luego jugarán un juego que trabajará con los procedimientos de multiplicando números de 3- y 4-dígitos.



Más Bajo en las Esquinas—6, 7, 8, y 9

NOTA: Este juego ayuda al estudiante a repasar los datos de multiplicación de los números que a menudo se consideran más desafiantes. Anime a los jugadores a usar su abacus o la tabla de Multiplicación Corta según sea necesario. Esto les ayudará con los datos con los que podrían estar luchando.

Encuentre los diez múltiplos de 6, 7, 8, y 9, un total de 40 cartas, y barajélas juntas. Reparte siete cartas a cada jugador. Las cartas restantes forman la reserva. Luego, coloque las cuatro cartas superiores de la reserva boca arriba alrededor de la reserva, una a cada lado.

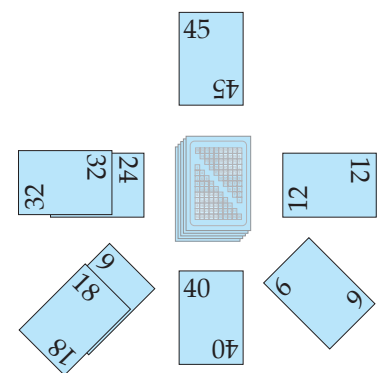
Los jugadores comienzan cada turno tomando una carta de la reserva y jugando tantas cartas de su mano como sea posible de acuerdo con las siguientes reglas:

1. Los conjuntos se construyen en orden ascendente ya sea en las cartas iniciales o en las esquinas. La primera carta jugada en una esquina debe ser la carta más baja de uno de los conjuntos, una carta-6, 7, 8, o 9.
2. Una carta o grupo de cartas podrá moverse a cualquier otra posición, siempre que sigan la primera regla.

NOTA: Para ayudar a determinar qué conjunto se está construyendo, sustraer dos números adyacentes cualesquiera. Por ejemplo, $32 - 24 = 8$; por lo tanto, este es el conjunto de 8s.

3. Además de jugando con cartas ya colocadas, el jugador podrá rellenar los espacios vacíos con una o más cartas de su mano.
4. No se podrá utilizar dos veces el mismo número para el mismo conjunto. En otras palabras, dado que se utiliza una carta-24 en la serie 8s, la segunda carta-24 sólo se puede utilizar en la serie 6es.
5. Los jugadores deben jugar sus cartas cuando sea posible, diciendo la ecuación de multiplicación, por ejemplo, $9 \times 2 = 18$.

El ganador es el primer jugador que juegue todas las cartas de su mano.



Juego en progreso. La carta-12 se puede colocar sobre la carta-6.



Batalla de Multiplicación Turbo

El objetivo de este juego para dos-personas es dar a los jugadores practica de multiplicando de números de varios dígitos. Juega usando aproximadamente la mitad de la baraja de cartas de basic numbers. Baraje las cartas. Cree dos pilas iguales comparando sus alturas y dándole una pila a cada jugador. Cada jugador también necesitará papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco. Es posible que algunos jugadores también quieran utilizar su abacus.

Ambos jugadores toman las tres primeras cartas de sus pilas, las colocan boca arriba y deslice las dos primeras cartas juntas para crear un número de 2-dígitos. La tercera carta será el multiplicador. Cada jugador multiplica su número de 2-dígitos por el número de 1-dígito y dice el producto en voz alta. El jugador con el producto mayor se lleva las seis cartas.

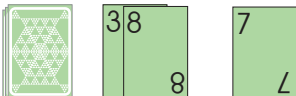
NOTA: Es posible que los jugadores quieran agregar una regla que el multiplicando, el primer número, no puede comenzar con cero. Si esa regla está en juego, cambia el orden de las cartas.

Las batallas ocurren cuando los productos son iguales, aunque esto rara vez sucederá. Si esto ocurre, cada jugador coloca tres cartas adicionales boca abajo y da vuelta tres cartas más que se multiplican juntas, como antes. El jugador con el producto mayor se lleva todas las cartas.

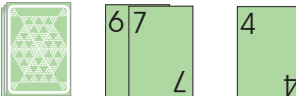
Durante la segunda ronda, ambos jugadores toman cuatro cartas de su pila, formando un número de 3-dígitos multiplicado por un número de 1-dígito. El jugador con el producto más grande se lleva las ocho cartas.

La tercera ronda utilizará cinco cartas de la pila para hacer una ecuación un número de 4-dígitos multiplicada por un número de 1-dígito, con el ganador llevando todas las diez cartas.

Continúe jugando, cada jugador usando tres cartas, luego cuatro, luego cinco cartas por ronda. El objetivo del juego es capturar todas las cartas, lo que puede llevar un tiempo. Para un juego más corto, el ganador es el jugador que tiene más cartas cuando se agotan las pilas iniciales.

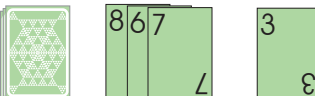


$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 7 \\ \hline 56 \\ 210 \\ \hline 266 \end{array}$$




$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 4 \\ \hline 28 \\ 240 \\ \hline 268 \end{array}$$

Primera ronda con ambos números de 2-dígitos multiplicados por números de 1-dígito calculados.



$$\begin{array}{r} 867 \\ \times 3 \\ \hline 21 \\ 180 \\ 2400 \\ \hline 2601 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 249 \\ \times 9 \\ \hline 81 \\ 360 \\ 1800 \\ \hline 2241 \end{array}$$

Segunda ronda con ambos números de 3-dígitos multiplicados por números de 1-dígito calculados.

DÍA 17 - Multiplicando Tradicional

Materiales necesarios. Papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco, Cotter Abacus y baraja de cartas de Basic Numbers

Multiplicando con productos parciales. Dígame al estudiante que use papel y lápiz o pizarra de borrado en seco, y rotuladores y abacus para multiplicar 18×3 usando productos parciales. [54] La solución se muestra a la derecha. Tenga esta ecuación a mano para futuras comparaciones.

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 24 \\ 30 \\ \hline 54 \end{array}$$

Multiplicando tradicionalmente. Explique: Escribiendo todos los productos parciales, como lo ha estado haciendo, puede requerir mucho trabajo. Hoy aprenderás a escribir solo la respuesta, el producto. A la derecha del cálculo del producto parcial, escriba:

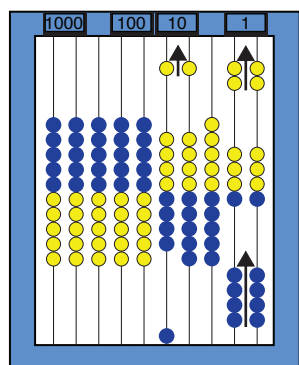
$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Dígame que la multiplicación es la misma, pero lo que escribe es diferente. Comience moviendo todas las cuentas al centro del abacus e ingrese 18 en la parte inferior. Luego, dígame al estudiante que multiplique 8×3 moviendo el 8 hacia arriba e ingresando 24 en la parte superior. Consulte la primera figura a continuación.

Pregunte: ¿Cuántas cuentas hay en el lugar de los unos? [4] Escriba 4 debajo de la línea. Pregunte: ¿Qué otras cuentas tenemos? [2 decenas] Escriba 2 **encima de las decenas** en 18, como se muestra junto a la primera figura a continuación.

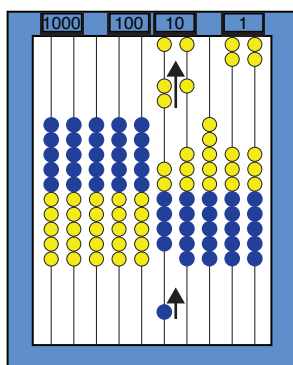
NOTA: El estudiante debe escribir cada acción inmediatamente después de que ocurra en el abacus. Esto permite que el procedimiento del abacus sea paralelo al algoritmo tradicional de papel y lápiz.

Diga: Multipliquemos las decenas próximo. Mueva el 10 hacia arriba desde abajo, multiplique 10×3 e ingrese 30 en la parte superior. Consulte la segunda figura a continuación. Pregunte: ¿Cuántas decenas hay en total? [50; 20 del llevado más 30] Dígame al estudiante que escriba 5 debajo de la línea en el lugar de las decenas. Pregunte: ¿Cuál es el producto de 18×3 ? [54] Consulte la última figura.



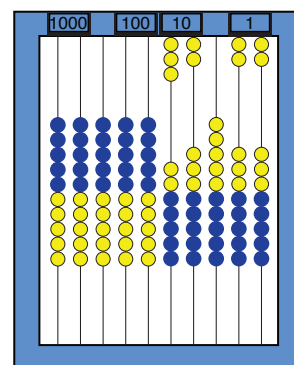
18 ingresados, luego $8 \times 3 = 24$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ \times 3 \\ \hline 4 \end{array}$$



$10 \times 3 + 20$ (del llevado) = 50

$$\begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$



$18 \times 3 = 54$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 24 \\ 30 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ 18 \\ + 18 \\ \hline 54 \end{array}$$

Multiplicando por sumando. Dígame al estudiante que multiplique 18 por 3 sumando $18 + 18 + 18$ en formato vertical junto a los otros cálculos. Asegúrate de que registre los llevados, los pequeños números.

Comparación. Pregunte: ¿Qué observan acerca de los tres problemas? [diferentes formas de obtener la misma respuesta] ¿Dónde está el 2 de los 24 en las tres ecuaciones? [debajo de la primera línea de los productos parciales, encima del 1 en 18, en los formatos tradicional y de suma] Dígame que encierre en un círculo el 2 en cada problema. Diga: ¡El lugar donde se escribe el 2 depende del método utilizado y siempre está en el lugar de las decenas!

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 24 \\ 30 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ② \\ 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ② \\ 18 \\ 18 \\ + 18 \\ \hline 54 \end{array}$$

Otra comparación. Dígale al estudiante que resolverán 2478×4 de tres maneras diferentes: usando productos parciales, multiplicación escrita tradicionalmente y suma vertical. Consulte las figuras de la derecha.

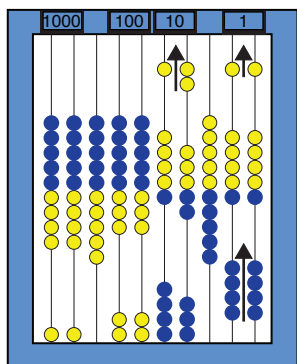
Los pasos del abacus para el método escrito tradicionalmente se muestran a continuación. Si es necesario, guíe al estudiante a través del proceso.

Primero, multiplique 8 por 4; escriba 2 en el lugar de los unos y 3 encima de las decenas. Consulte la primera figura a continuación. Luego, multiplique 70 por 4 y luego súmalo a las 3 decenas que ya están en el abacus, lo que da 310, como se muestra en la segunda figura. Realice el intercambio y escriba 1 en el lugar de las decenas debajo de la línea y 3 encima de las centenas, como se muestra en la tercera figura.

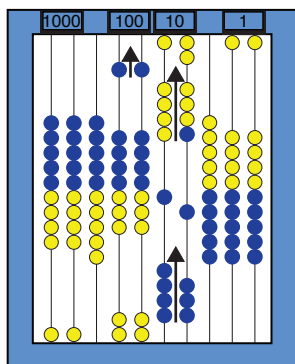
$$\begin{array}{r} 2478 \\ \times 4 \\ \hline 32 \\ 280 \\ 1600 \\ 8000 \\ \hline 9912 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ 2478 \\ \times 4 \\ \hline 9912 \end{array}$$

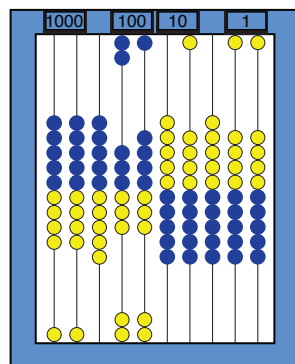
$$\begin{array}{r} 133 \\ 2478 \\ 2478 \\ 2478 \\ + 2478 \\ \hline 9912 \end{array}$$



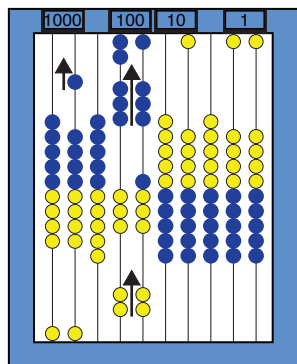
2478 ingresados, luego $8 \times 4 = 32$



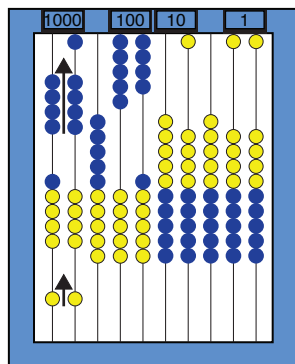
$70 \times 4 + 30 = 310$



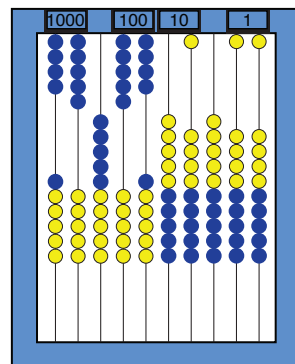
Después del intercambio



$400 \times 4 + 300 = 1900$



$2000 \times 4 + 1000 = 9000$



El producto final

Entonces, $400 \times 4 + 300$ es 1900; escriba 9 en el lugar de las centenas debajo de la línea y 1 encima de los millares, como se muestra en la primera figura de arriba. Por último, $2000 \times 4 + 1000$ es 9000, con el 9 escrito en el lugar de los miles, como se muestra en la segunda figura de arriba. El producto de 2478×4 es 9912.

Diga: Pueden ver que los llevados, 1, 3 y 3, son los mismos en las ecuaciones escritas tradicionalmente y en las de suma. Pregunte: ¿Dónde está el llevados de 3 centenas en la ecuación usando productos parciales? [las 2 centenas se escriben con las 1 centena adicionales del intercambio de $30 + 80$] Consulte las figuras de la derecha.

$$\begin{array}{r} 2478 \\ \times 4 \\ \hline 32 \\ 280 \\ 1600 \\ 8000 \\ \hline 9912 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ 2478 \\ \times 4 \\ \hline 9912 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ 2478 \\ 2478 \\ 2478 \\ + 2478 \\ \hline 9912 \end{array}$$



Batalla de Multiplicación Turbo

Juega este juego de el Día 14, pero utiliza el método escrito tradicionalmente para calcular los productos. El Cotter Abacus se puede utilizar según sea necesario.

DÍA 22 - Multiplicando por Tres-Dígitos

Materiales necesarios. Papel y lápiz o pizarra de borrado en seco y rotulador, baraja de cartas de Basic Numbers y Cotter Abacus, si es necesario

NOTA: Muchos currículos no abordan multiplicando por tres dígitos. Este tema tampoco está cubierto en la mayoría de los estándares estatales. Hemos incluido multiplicando por tres dígitos porque aumenta la comprensión, muestra el patrón del proceso y genera confianza.

Repaso. Dígame al estudiante que escriba estos tres problemas y los resuelva. Consulte las figuras a continuación.

$$\begin{array}{r} 25 \\ 427 \\ \times 8 \\ \hline 3416 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 427 \\ \times 50 \\ \hline 21350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 25 \\ 427 \\ \times 58 \\ \hline 3416 \\ 21350 \\ \hline 24,766 \end{array}$$

Pregunte: ¿Cómo se relacionan los tres problemas? [los dos primeros multiplicadores suman el tercer multiplicador porque $8 + 50 = 58$] ¿Anexa un cero antes de multiplicar por el 5 en el 50? [sí]

Multiplicando por tres dígitos. Dígame al estudiante que escriba los cuatro problemas que se muestran a continuación y resuelva los dos primeros.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 486 \\ \times 2 \\ \hline 972 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 486 \\ \times 20 \\ \hline 9720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 486 \\ \times 200 \\ \hline 97200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 486 \\ \times 222 \\ \hline \end{array}$$

Pregúntele al estudiante cómo podría resolver el tercer problema. Permítele tiempo para pensar. Si es necesario, guíele preguntándole: Al multiplicar por un múltiplo de diez, anexa un cero; al multiplicar por un múltiplo de cien, ¿cuántos ceros hay que anexar? [2] Dígame que anexe dos ceros, luego proceda a multiplicar 486 por el 2 de 200. Consulte la tercera figura arriba.

Pregunte: ¿Cómo se relacionan estos cuatro problemas? [los primeros tres multiplicadores se sumarán al cuarto multiplicador porque $2 + 20 + 200 = 222$] ¿ 486×2 más 486×20 más 486×200 serán iguales a 486×222 ? [sí] Dígame al estudiante que resuelva el cuarto problema que se muestra arriba. La solución está a la derecha.

Diga: Multiplicando por múltiplos de cien, como 200 o 500, es similar a multiplicando por múltiplos de diez, como 30 u 80: anexa los ceros necesarios y luego multiplica.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ 11 \\ 486 \\ \times 222 \\ \hline 972 \\ 9720 \\ 97200 \\ \hline 107,892 \end{array}$$

Otro problema. Dígame al estudiante que escriba el problema 549×387 , como se muestra en la primera figura a continuación. Luego, dígame que multiplique 549×7 . Consulte la segunda figura a continuación.

$$\begin{array}{r} 549 \\ \times 387 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 549 \\ \times 387 \\ \hline 3843 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 36 \\ 549 \\ \times 387 \\ \hline 3843 \\ 43920 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 37 \\ 36 \\ 549 \\ \times 387 \\ \hline 3843 \\ 43920 \\ 164700 \\ \hline 212,463 \end{array}$$

Dígame que continúe multiplicando 549×80 , luego termine multiplicando 549×300 y encuentre el producto. Consulte las figuras tercera y cuarta arriba.

Un tercer problema. Dígale al estudiante que escriba el problema 439×728 , como se muestra en la primera figura a continuación. Pregunte: ¿Cree que importa que el multiplicador, el número inferior, sea mayor que el multiplicando, el primer número? [las respuestas variarán] Al considerar 4×7 , ¿importa que 7 sea más que 4? [no] Entonces, ¿importará que 728 sea más que 439? [no]

Dígle al estudiante que encuentre el producto. Consulte las figuras a continuación.

439	³⁷ 439	¹ ³⁷ 439	²⁶ ¹ ³⁷ 439
$\times 728$	$\times 728$	$\times 728$	$\times 728$
	3512	3512	3512
		8780	8780
			<u>307300</u>
			319,592

Discusión. Pregunte: ¿Es el proceso diferente al multiplicar un número por un número de 3-dígitos en comparación con un número de 2-dígitos? [no, aparte del número de ceros a anexar]



Batalla de Multiplicación Turbo—Nivel Supremo

Este juego es otra variación del juego Batalla de Multiplicación Turbo, que se encuentra en el Día 14. Usando un poco más de la mitad de las cartas de basic numbers, entregue la mitad de las cartas a cada jugador. Los jugadores también necesitarán papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco. Es posible que algunos jugadores quieran utilizar un abacus.

Ambos jugadores toman las seis primeras cartas de sus pilas, las colocan boca arriba y deslizar las tres primeras cartas juntas para crear un número de 3-dígitos. Luego, junten las siguientes tres cartas juntas para crear otro número de 3-dígitos; este será el multiplicador. Cada jugador multiplica sus números juntos y dice el producto en voz alta. El jugador con el producto mayor se lleva las 12 cartas.

Durante la segunda ronda, ambos jugadores toman siete cartas de su pila para formar un número de 4-dígitos y un número de 3-dígitos. Los jugadores las multiplican juntas y el ganador se lleva las 14 cartas.

Continúe jugando con cada jugador usando seis cartas, luego siete cartas por ronda. El objetivo del juego es capturar todas las cartas. Para un juego más corto, el ganador es el jugador que tiene más cartas cuando se agotan las pilas iniciales.

613	825
-----	-----

$$\begin{array}{r}
 613 \\
 \times 825 \\
 \hline
 3065 \\
 12260 \\
 490400 \\
 \hline
 505,725
 \end{array}$$

746	682
-----	-----

$$\begin{array}{r}
 746 \\
 \times 682 \\
 \hline
 1492 \\
 59680 \\
 447600 \\
 \hline
 508,772
 \end{array}$$

Primera ronda con números de 3-dígitos multiplicados por números de 3-dígitos.

DÍA 28 - Dividendo Números de 4-Dígitos en el Cotter Abacus

Materiales necesarios. Papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco, Cotter Abacus, tabla de Multiplicación Corta (Apéndice p. 1) si es necesario, baraja de cartas de Multiplication, y baraja de cartas de Basic Numbers

Repaso. Pida al estudiante que escriba y resuelva $38 \div 5$ usando la casa de división. Dígle que use el Cotter Abacus o la tabla de Multiplicación Corta según sea necesario. [7 r3] Consulte la figura a continuación. Asegúrate de que el 7 esté alineado con el 8 porque ambos están en el lugar de uno.

$$\begin{array}{r} 7 \text{ r}3 \\ 5 \overline{)38} \end{array}$$

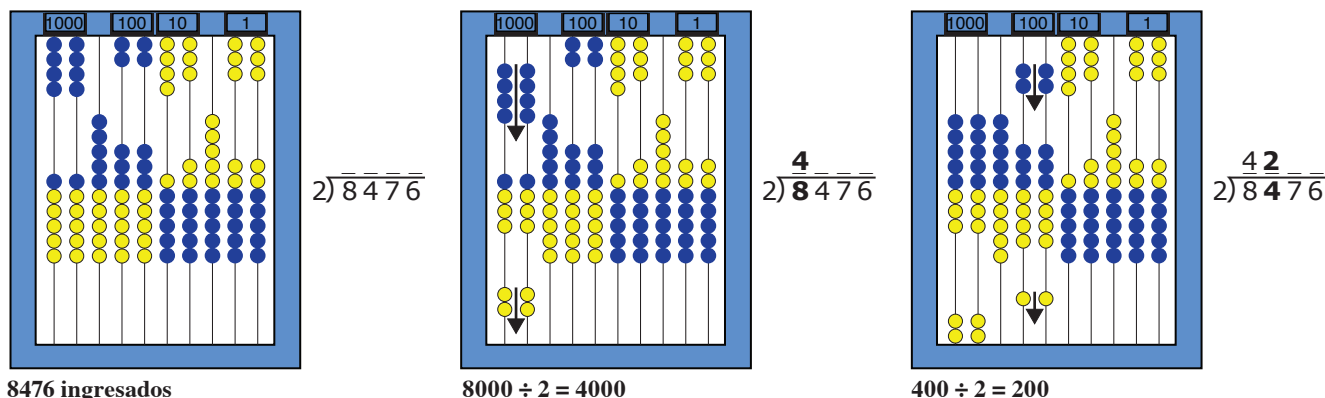
Dígale al estudiante que verifique su trabajo multiplicando el cociente por el divisor, y luego sumando el resto. [$7 \times 5 + 3 = 38$]

Continúe con $28 \div 6$ [4 r4] y $71 \div 8$, [8 r7] verificando su propio trabajo. Calcule otras ecuaciones hasta que se sientan cómodos escribiendo problemas de división con la casa de división y resolviéndolos.

Dividiendo por 2 en el abacus. Debido a que a menudo funciona mejor que un estudiante vea primero una demostración, en lugar de copiar cada paso, dígle al estudiante que observe mientras realice una división de 4-dígitos en el abacus.

Escriba: $2 \overline{)8476}$. Incluye las pequeñas líneas encima del dividendo. Dígle al estudiante que las pequeñas líneas le ayudará a saber dónde escribir cada dígito del cociente.

Diga: Dividiremos 8476 entre 2 en el lado 2 del abacus. Mueva todas las cuentas hacia el centro del abacus. A continuación, ingrese 8476 en la parte superior, como se muestra en la primera figura siguiente. Explique que la respuesta se ingresará en la parte inferior del abacus, que es lo opuesto al proceso de multiplicación.

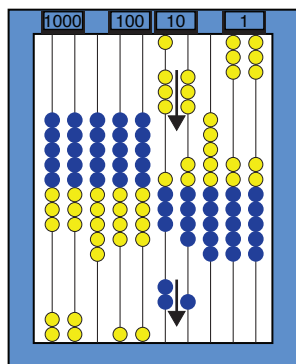


Diga: Observe mientras dividimos 8 mil entre 2 en el abacus. Lo haremos moviendo los 8 mil desde la parte superior e ingresando el cociente, 4 mil, en la parte inferior. Escriba el 4 en el lugar de los miles. Pregunte: ¿Qué es $8000 \div 2$? [4000] Consulte la segunda figura anterior.

Diga: A continuación, dividimos 4 centenas entre 2. Pregunte: ¿Qué es $400 \div 2$? [200] Mueva 4 centenas desde arriba y ingrese 2 centenas en la parte inferior. Pregunte: ¿Qué escribimos? [2 en el lugar de las centenas] Consulte la tercera figura anterior.

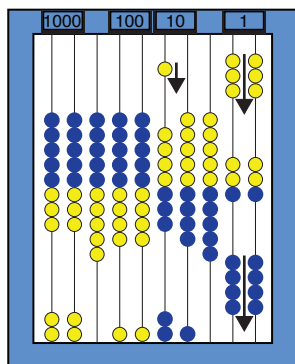
Diga: Ahora, mira las 7 cuentas en la columna de las decenas: $7 \div 2$ es 3 r1. Para mostrar esto, moveremos 6 cuentas desde la parte superior, dejando 1 decena, e ingresamos 3 decenas en la parte inferior. Pregunte: ¿Qué escribimos? [3 en el lugar de las decenas] Consulte la primera figura en la página siguiente.

Pregunte: ¿Qué es el valor de las cuentas en la parte superior del abacus ahora? [16] Diga: Para mostrar 16 unos, escribimos un 1 pequeño antes de los unos colocadas en el dividendo. Consulte la primera figura en la página siguiente. Pregunte: ¿Qué es 16 dividido por 2? [8] Mueva el 16 desde la parte superior e ingrese el 8 en la parte inferior. Pregunte: ¿Qué escribimos? [8 en el lugar de unos]



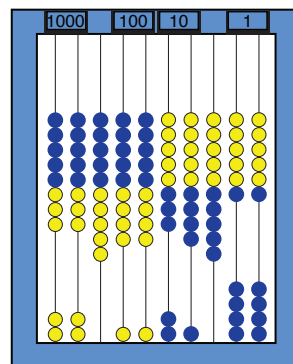
$$60 \div 2 = 30$$

$$\begin{array}{r} 423 \\ 2 \overline{)8476} \end{array}$$



$$16 \div 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} 4238 \\ 2 \overline{)8476} \end{array}$$

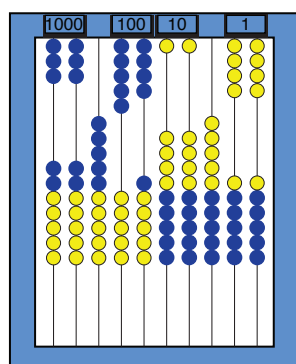


$$8476 \div 2 = 4238$$

$$\begin{array}{r} 4238 \\ 2 \overline{)8476} \end{array}$$

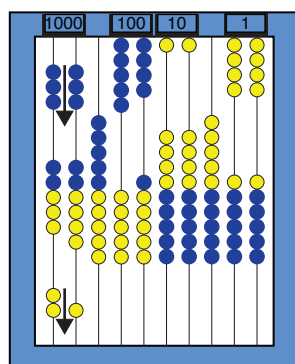
Pregunte: ¿Qué es $8476 \div 2$? [4238] Consulte la última figura anterior.

Otro problema. Dígame al estudiante que calcule $2 \overline{)6928}$ en el abacus, registrando cada paso a medida que avanza hacia la solución. Es posible que algunos estudiantes necesiten usar la tabla de Multiplicación Corta. Déle tiempo para trabajar. Consulte las figuras a continuación.



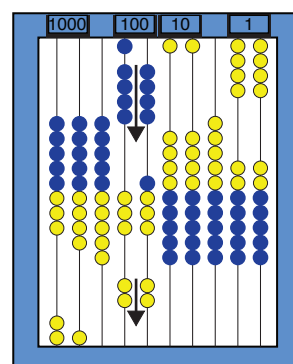
6928 ingresados

$$2 \overline{)6928}$$



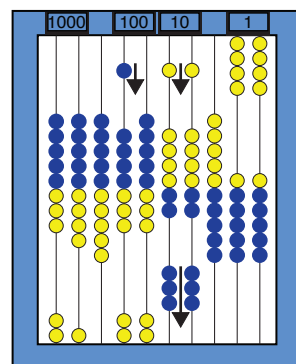
$$6000 \div 2 = 3000$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{)6928} \end{array}$$



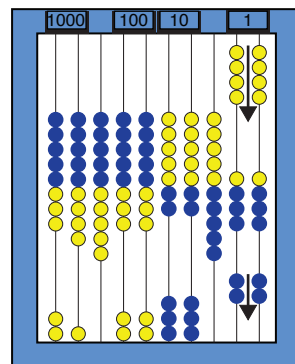
900 \div 2 = 400 con 100 restantes

$$\begin{array}{r} 34 \\ 2 \overline{)6928} \end{array}$$



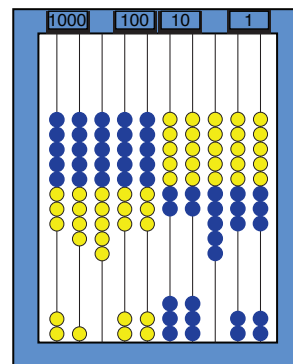
$$120 \div 2 = 60$$

$$\begin{array}{r} 346 \\ 2 \overline{)6928} \end{array}$$



$$8 \div 2 = 4$$

$$\begin{array}{r} 3464 \\ 2 \overline{)6928} \end{array}$$



$$6928 \div 2 = 3464$$

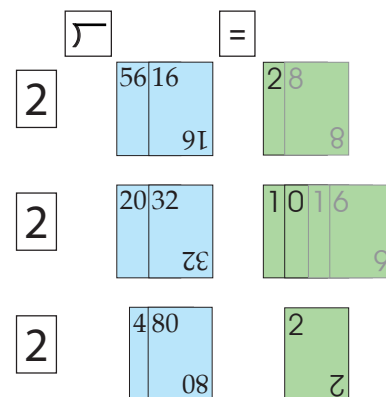
$$\begin{array}{r} 3464 \\ 2 \overline{)6928} \end{array}$$



Cociente, Sin Resto

Este juego de 2- a 4-jugadores es una versión de Cociente y Resto, que se encuentra en el Día 26. Use las cartas de multiplication **números-pares**, la mitad de las cartas basic numbers, y todos los 0s, 1s, y 2es. Notas con " $\overline{\hspace{1cm}}$ ", " $=$ ", y varias notas "2" también se usarán. Use el abacus.

Dos cartas de multiplication formarán el dividendo. Las notas "2" se utilizarán como divisor para **cada** fila. Un jugador juega tantas cartas como sea posible para formar el cociente. Recicle las cartas basic numbers, según sea necesario. Gana el jugador que reúna la mayor cantidad de cartas de multiplication.



DÍA 38 - División Corta a División Larga

Materiales necesarios. Papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco, papel rayado o **copia** de Cuadrícula para División Larga (Apéndice p. 14), baraja de cartas de Multiplication, y baraja de cartas de Basic Numbers

Comparando división corta de 1-dígito con la división larga. Dígle al estudiante de hoy que vamos a mostrar cómo la división corta está relacionada con la división larga. Diga: Comencemos con un problema simple de división corta. Resuelve $6734 \div 4$. Asegúrate de escribir los pequeños números, incluso si eres capaz de hacerlos mentalmente. Consulte la primera figura a continuación.

Dígle al estudiante que escriba el problema nuevamente usando el papel cuadriculado provisto en el apéndice o dibuje líneas verticales entre cada número del dividendo, como se muestra arriba.

Diga: Mirando el 6 en 6000, divida 6 entre 4. Escriba el 1 encima de casa de división, tal como lo hice con la división corta. En lugar de escribiendo el resto, 2, como un pequeño número, escribiremos los pasos que hice mentalmente.

Pregunte: ¿Qué es 4×1 ? [4] Diga: Escriba 4 debajo del 6 en el dividendo, manteniéndote dentro de las líneas verticales. A continuación, sustraiga los dos números verticales, registrando la respuesta abajo: $6 - 4 = 2$. Consulte la segunda figura anterior.

NOTA: Aunque se está realizando la sustracción, el símbolo de sustracción generalmente no se escribe durante los cálculos. Si el estudiante quiere o necesita registrar el signo de sustracción, eso es aceptable.

Diga: Ahora, "baje" y vuelva a escribir el 7 (de 700 en el dividendo) al lado del 2. Consulte la tercera figura. Pregunte: Mirando el 27 que acaba de escribir, ¿dónde ve ese número en el problema de la división corta? [el pequeño 2 al lado del 7 del dividendo] Diga: El proceso que acabamos de escribir, 4×1 y $6 - 4$ con un resto de 2, se hace mentalmente con división corta. Puede parecer una tontería escribir todo esto cuando es mucho más fácil calcular mentalmente, pero esto nos ayuda a ver cómo funciona realmente la división de largos.

Dígle al estudiante que continúe dividiendo. Pregunte: ¿Qué es $27 \div 4$? [6 r3] Dígle que escriba el 6 encima del 7 del dividendo, multiplique 4×6 , escriba el producto debajo del 27, sustraiga $27 - 24$, y registre el 3. Baja el siguiente dígito, 3, para crear 33. Consulte la cuarta figura anterior. Pida al estudiante que identifique dónde se encuentra 33 en el problema de la división corta.

Pregunte: ¿Qué es $33 \div 4$? [8 r1] Dígle que registre el 8 por encima de la casa de división, calcule 4×8 , registre el producto, sustraiga $33 - 32$, y registre la diferencia, 1. Por último, baje el 4 del dividendo. Consulte la quinta figura anterior. Una vez más, pídale al estudiante que identifique dónde se encuentra el 14 en el cálculo de la división corta. [pequeño 1 escrito antes del 4 de 6734] Dígle que termine el problema, como se muestra en la última figura anterior.

NOTA: Algunos estudiantes pueden preguntarse por qué "bajamos" los números del dividendo. Hacemos esto para dar más espacio para escribir el resto, luego "bajar" el siguiente segmento de valor posicional y continuar dividiendo. En otras palabras, es la versión extendida de escribiendo los números pequeños entre los dígitos del dividendo.

Pregunte: ¿Cuál es la forma más fácil, la división corta o la división larga? [división corta] Diga: Como hemos aprendido, la división corta es fácil para los divisores de 1-dígito. Y sabemos cómo usar la doble división corta para divisores de 2-dígitos que tienen factores. Dado que la división corta no funcionará para divisores de 2-dígitos que no tienen factores que podamos usar, hay un uso para la división larga.

Otro problema. Dígale al estudiante que resuelva $9897 \div 6$ usando la división corta, luego resuelva nuevamente usando la división larga. Consulte las figuras a continuación.

The diagram illustrates the relationship between short and long division for $9897 \div 6$. It shows six stages of the calculation. Arrows connect the numbers 38, 29, and 57 from the long division steps to their positions in the short division problem.

Pida al estudiante que señale dónde se encuentran los números 38, 29, y 57 del problema de la división larga en el problema de la división corta. Consulte las líneas dibujadas arriba.

Un problema más. Dígale al estudiante que compare otro cálculo de división corta con el cálculo de división larga: $5481 \div 8$.

Una vez más, asegúrese de que haga primero la división corta para que la alineación entre la división corta y los pasos de división larga sea clara. Si es necesario, pídale que señale dónde está el 68 y el 41 en ambas ecuaciones. Consulte las figuras de la derecha.

$$\begin{array}{r} 685 \text{ r1} \\ 8 \overline{) 5481} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 685 \text{ r1} \\ 8 \overline{) 5481} \\ \underline{48} \\ 68 \\ \underline{64} \\ 41 \\ \underline{40} \\ 1 \end{array}$$

NOTA: Si el estudiante necesita comprensión adicional con este proceso, considere la figura de la derecha. Es similar a la multiplicación de varios-dígitos usando productos parciales, como se explicó en los Días 11, 12, y 13. Esta forma ampliada podría llamarse “división más larga.”

Observa cómo el 600 y el 80 se apilan en el cociente en lugar de simplemente escribir el 6 y el 8 como se hace en la división larga. Además, observe cómo los números debajo del dividendo registran los ceros que solo se asumen en el formato tradicional. ¡Esto ilustra la parte de “bajar” del proceso!

$$\begin{array}{r} 5 \text{ r1} \\ 800 \\ 8 \overline{) 5481} \\ \underline{4800} \\ 681 \\ \underline{6400} \\ 410 \\ \underline{4000} \\ 100 \end{array}$$

Resumen. Pregunte: ¿Le sorprende que la división corta y la división larga sean tan similares? [las respuestas variarán] Si es apropiado, analice los temores y preocupaciones anteriores del estudiante con una división larga.



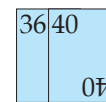
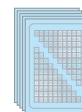
Juego de División Larga—Nivel 1

Este juego es similar a Cociente y Resto—Siguiente Nivel del Día 29, pero en lugar de formar los resultados con cartas, el estudiante escribirá cada paso a medida que encuentre la solución. Se puede jugar como juego de solitario o como juego multijugador. Cada jugador necesitará algo sobre lo que escribir. Utilice una copia del papel cuadriculado del Apéndice p. 14, papel rayado (girado para que las líneas corran verticalmente) o dibuje líneas verticales para cada problema.

Si dos o más jugadores están jugando, este juego crea una oportunidad para que todos trabajen juntos y verifiquen su trabajo entre sí a medida que avanzan en el problema. Este juego no es una carrera sino más bien un momento para colaborar y ayudarse unos a otros.

Se necesitarán las cartas de multiplicación, sin la carta-100, y la mitad de las cartas de basic numbers sin 0s, 1s ni 10es. Voltee dos cartas de multiplicación de la reserva. Superponga una carta con la otra para crear un dividendo de 3- o 4-dígitos. A continuación, dé la vuelta a una carta de basic numbers de la reserva para que se convierta en el divisor.

Cada jugador resuelve la ecuación usando división larga. Si prefieren usar la división corta primero, pueden hacerlo. Juega al menos cuatro manos.



$$\begin{array}{r} 520 \\ 7 \overline{) 3640} \\ \underline{35} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 00 \end{array}$$

Un cero está en el lugar de los uno del dividendo. El cero se “baja” y se registra en el cociente. Los dobles 0s no son necesarios pero ayudan a algunos estudiantes.

DÍA 44 – Día de las Habilidades

Materiales necesarios. Problemas del Día 44 (Apéndice págs. 15a y 15b), papel y lápiz o pizarra y rotulador de borrado en seco, papel rayado o copia de la cuadrícula (Apéndice p. 14), y baraja de cartas de Multiplication

Repaso. Diga: Hemos aprendido dos formas de manejar los divisores de 2-dígitos: la doble división corta y la división larga. Pregunte: ¿Se puede usar la doble división corta para todos los divisores de 2-dígitos? [no] ¿Para qué números de 2-dígitos funcionará? [números con factores de un solo-dígito, distintos de 1] Si no puedes usar la doble división corta, ¿qué puedes usar? [división larga]

Dígale al estudiante que hoy vamos a leer y resolver algunos problemas.

NOTA: Para los estudiantes que no hicieron los días 40, 41, y 42, animelos a escribir los múltiplos del divisor cuando sea necesario.

Problema 1. Entregue al estudiante los problemas del Día 44 y lea el primer problema en voz alta:

Un gran grupo de vecinos de 32 familias decidió hacer una venta de garaje. Una venta de garaje es la venta de artículos de segunda mano del garaje o patio de alguien por un precio de ganga, a veces tan bajo como 10¢. Los artículos a la venta pueden incluir utensilios de cocina, ropa, artículos deportivos, libros, y juguetes.

El grupo decidió que manteniendo un registro de los artículos de todos y los precios de venta era demasiado problema, por lo que acordaron dividir las ventas totales en partes iguales. Al final del evento, sus ventas totales fueron de \$9856. ¿Cuánto dinero ganó cada familia en la venta de garaje?

Lea el problema de nuevo. Déle tiempo para pensar y resolver el problema. Si es necesario, pregunte: ¿Qué pregunta debe responderse? [qué era la parte de cada familia en las ventas] ¿Cuántas familias estuvieron involucradas? [32] ¿A cuánto ascendieron las ventas totales? [\$9856] ¿Qué es la ecuación a resolver? [$9856 \div 32$] Dígale que resuelva la ecuación. [\$308 a cada familia] Consulte tres formas posibles de resolver $9856 \div 32$.

$$\begin{array}{r} 308 \\ 4 \overline{)1232} \\ \underline{8} \\ 432 \\ \underline{400} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 308 \\ 32 \overline{)9856} \\ \underline{96} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

Problema 2. Lea el siguiente problema en voz alta:

¡Esperar! Cuando las familias acordaron dividir las ventas totales en partes iguales, había una condición de que cualquier dinero obtenido de artículos de mayor precio iría directamente a las familias vendedoras, y el total ajustado se dividiría en partes iguales.

La familia Martínez vendió su caminadora por \$200, la familia Yanez vendió dos sofás por \$70 cada uno, la familia Ramírez vendió su viejo televisor por \$120, y la familia Lopez se está mudando a un condominio y vendió sus herramientas de jardín y su cortadora de césped por \$500. ¿Qué es el total ajustado que recibe cada familia?

Lea el problema de nuevo. Déle tiempo para pensar en el problema y resolverlo. Si es necesario, pregunte: ¿Qué fue el total de ventas del evento? [\$9856] ¿Cuánto hay que sacar del total antes de dividirlo en partes iguales? [\$960; \$200 + \$70 + \$70 + \$120 + \$500] Asegúrese de que el estudiante se dé cuenta e incluya los dos sofás del Yanez por \$70 cada uno.

Pregunte: ¿Qué es el nuevo total de ventas? [\$8896; $9856 - 960$] ¿Cómo encuentras la nueva partes equitativa? [divide 8896 entre 32] Consulte las posibles formas de resolver la ecuación a la derecha. Pregunte: ¿Qué es la nueva partes ajustada? [\$278]

Pregunte: ¿Cada familia recibe exactamente \$278? [no, porque las familias Martínez, Yanez, Ramírez, y Lopez obtienen cantidades adicionales de las ventas de sus artículos de mayor precio] Entonces, ¿qué obtiene la familia Lopez de la venta de garaje? [\$778; $278 + 500$] ¿Qué obtuvo la familia Yanez de sus ventas? [\$418; $278 + 140$] ¿Y la familia Martínez? [\$478; $278 + 200$] ¿Y la familia Ramírez? [\$398; $278 + 120$]

$$\begin{array}{r} 278 \\ 4 \overline{)1112} \\ \underline{8} \\ 312 \\ \underline{280} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 278 \\ 32 \overline{)8896} \\ \underline{64} \\ 249 \\ \underline{224} \\ 256 \\ \underline{256} \\ 0 \end{array}$$

Problema 3. Lea el problema en voz alta:

Algunos de los hijos de las familias preguntaron si podían hacer galletas para vender en la venta de garaje. Diecisiete niños estaban interesados en participando. Los padres decidieron donar los suministros para los productos horneados, y los niños mantuvieron sus ventas separadas de los ingresos de la venta de garaje.

Cada niño hizo 60 galletas y luego se reunieron para empaquetar 13 galletas por plato. Decidieron que algunos paquetes tendrían un tipo de galleta, y otros paquetes tendrían una variedad de galletas. ¿Cuántos paquetes de galletas podrían hacer?

Lea el problema de nuevo. Déle tiempo para pensar en el problema y resolverlo. Si es necesario, pregunte: ¿Qué pregunta se hace? [cuántos paquetes de galletas se pueden hacer] ¿Cuántas galletas hay en cada paquete? [13] ¿Cuántas galletas hay en total? [1020] Si un estudiante no está seguro del número total de galletas, pregunte: ¿Cuántos niños traían galletas? [17] ¿Cuántas galletas trajo cada niño? [60] Entonces, ¿cuántas galletas hay en total? [1020; 17×60] Consulte la primera figura a la derecha.

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 60 \\ \hline 1020 \end{array}$$

Continúe preguntando: Entonces, ¿cuántos paquetes de galletas pueden hacer? [78 porque $1020 \div 13 = 78 \text{ r}6$] Consulte la segunda figura a la derecha.

$$\begin{array}{r} 78 \text{ r}6 \\ 13 \overline{)1020} \\ \underline{91} \\ 110 \\ \underline{104} \\ 6 \end{array}$$

Si el estudiante responde que la respuesta es 78 r6 en lugar de 78 platos de galletas, hable de cómo se vería un "plato restante de 6." Continúe analizar lo que podrían hacer con las seis galletas adicionales. Las posibilidades incluyen comiendo las galletas adicionales, haciendo un paquete más pequeño de galletas, agregando una galleta adicional a los platos con galletas más pequeñas o usando las galletas sobrantes para muestras.

Problema 4. Lea el último problema en voz alta:

Al final del evento, los niños vendieron todos sus paquetes de productos horneados, todos al mismo precio, y recaudaron \$858. ¿Para qué vendían cada paquete de galletas? ¿Cuánto recibe cada niño por la venta de sus productos horneados?

Lea el problema de nuevo. Déle tiempo para pensar en el problema y resolverlo.

Si es necesario, pregunte: ¿Qué es la primera pregunta que se hace? [por cuánto vendían cada paquete de galletas] ¿A cuánto ascendieron las ventas totales? [\$858] ¿Cuántos paquetes se vendieron? [78, del Problema 3] ¿Varió el precio de alguno de los paquetes de galletas? [no] Entonces, ¿qué fue el precio de cada paquete? [\$11; $858 \div 78$] Consulte la figura de la derecha.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 78 \overline{)858} \\ \underline{78} \\ 78 \\ \underline{78} \\ 0 \end{array}$$

Continúe preguntando: ¿Qué es la segunda pregunta que se hace? [cuánto recibe cada niño de las ventas] Déle tiempo al estudiante para pensar. Si es necesario, pregunte: ¿Cuántos niños participaron en esta venta? [17] ¿Qué fueron las ventas totales? [\$858] Entonces, ¿qué recibe cada niño por su trabajo? [\$50; $858 \div 17 = 50 \text{ r}8$] Consulte la segunda figura a la derecha.

$$\begin{array}{r} 50 \text{ r}8 \\ 17 \overline{)858} \\ \underline{85} \\ 8 \\ \underline{0} \\ 8 \end{array}$$

NOTA: Si el estudiante calcula la respuesta como \$50.47, eso es correcto; sin embargo, no nos estamos enfocando en decimales en estas lecciones.

De nuevo, comprueba que el estudiante no da la respuesta 50 r8. Si lo hacen, explique cómo gastarían los niños "50 r8" dólares. Pregunte: ¿Qué significa el "r8"? [que quedan \$8 de la división equitativa] ¿Qué deben hacer los niños con los \$8 restantes? [las respuestas pueden variar]



Juego Multividir—Nivel de Jefe

NOTA: Si hay tiempo e interés, juegue a este juego. Las instrucciones se encuentran en el Día 43.